

数学天才高斯 究竟失足何处？

张熙文

高斯(Carl Friedrich Gauss 1777-1855),人称数学天才,又名数学王子。

高斯自己曾说,他学说话以前就会计数了。据传说,高斯不满3岁时,有一天,父亲念念叨叨地结算他管辖的几个工人的周薪,突然间,小高斯打断他说:“爸爸,你算错了,应该是……”老高斯再用纸和笔核对一下,发现自己的确错了,而孩子的答案是对的。而这时谁也没教过高斯算术。(此段文字摘自《数学上未解的难题》64页,胡作玄编著)

可见高斯与我等不同,他是生而知之,不是学而知之,不学而先知‘自然规律’,是一个百分之一百的天生奇才。

1831年高斯把原来的有理整数的概念加以推广而建立一种全新的整数概念,即形如: $a+bi$ 的“数”,其中 a, b 是通常的有理整数, i 是 $x^2+1=0$ 的根,他称这种数为复数。为了与通常整数区别,我们这里称为复整数。高斯对于复整数引进加法,减法及乘法,发现它们也具有通常有理整数的性质。只是有理整数的“单位” $+1$ 及 -1 ,现在变成4个,即 $+1, -1, +i, -i$ 。高斯的重要贡献在于他把通常整数的唯一因子分解定理(即通常整数能唯一分解成素数的乘积)推广到复整数上,从而开辟了代数数论的新领域。然后他定义素数,如果一个复整数不是单位,也不能表示为两个单位复整数的乘积,他称它为素数。由这个意义,显然通常的复合数仍然是复合数,但通常的素数却不一定仍是素数,例如:

$$2=(1+i)(1-i)$$

$$5=(1+2i)(1-2i)$$

更一般地讲, $4n+1$ 型素数 p 都不再是素数,因为:

$$p=m^2+n^2=(m+ni)(m-ni)$$

另一方面,高斯证明, $4n+3$ 型的素数在复整数中仍是素数。然后,他对复整数引进欧几里得算法并证明唯一因子分解定理。(以上连续几段文字摘自同一本书73,74页)

可见高斯很崇拜欧几里得,对欧几里得提出的整数的唯一因子分解定理特别推崇,并将其推广到复整数上再次加以证明,开辟出代数数论的‘新’领域。

* * * * *

整数的唯一因子分解定理即算术基本定理,说:除1以外的自然数都可以唯一地(不计顺序)分解成素数的乘积。例: $21=3 \cdot 7$ 。

这是公元前三世纪时欧几里得的论述。在欧几里得之前,古希腊人一直认为1是素数,而欧几里得则认为1非素数,所以21在分解成素数的乘积时: $21 \neq 1 \cdot 3 \cdot 7$ 。

但欧几里得对1是素数的篡改并没有得到数学家们的普遍认同。

最有力的证据就是哥德巴赫提出的猜想,他在1742年6月7日给欧勒的信中写道:任一偶数都可表为两素数之和,也可表为若干素数之和。例如: $4=1+3=1+1+2=1+1+1+1$ 。

欧勒在6月30日给哥德巴赫的回信中也写道:如你所言,每个偶数看来是两个素数之和,则它可以是多个素数之和。

这说明著名数学家欧勒和哥德巴赫对1是素数的肯定,对1非素数的否定。

* * * * *

生而知之的数学天才高斯,另辟蹊径,对素数施行了独特的分类:

A类: $2=(1+1i)(1-1i)$.

$$5=(1+2i)(1-2i).$$

$$13=(2+3i)(2-3i).$$

$$17=(1+4i)(1-4i).$$

$$29=(2+5i)(2-5i).$$

$\therefore 0$ 也是整数, $\therefore 1=(1+0i)(1-0i)$ 也属于A类。

B 类: $3 = (1 + (\sqrt{2})i)(1 - (\sqrt{2})i)$.

$7 = (2 + (\sqrt{3})i)(2 - (\sqrt{3})i)$.

$11 = (3 + (\sqrt{2})i)(3 - (\sqrt{2})i)$.

$19 = (4 + (\sqrt{3})i)(4 - (\sqrt{3})i)$.

$23 = (4 + (\sqrt{7})i)(4 - (\sqrt{7})i)$.

$31 = (5 + (\sqrt{6})i)(5 - (\sqrt{6})i)$.

高斯继承欧几里得的衣钵，沿袭 1 非素数，强迫居于多数的 2, 5, 13, 17, 29, ... 屈从居于少数的 1，从而将 A 类都一律划归非素数。只保留 B 类 3, 7, 11, 19, 23, 31, ... 仍为素数，完成了素数数域的大分裂。

天才的高斯，为什么不采用逆向思维：让居于少数的 1 服从居于多数的 2, 5, 13, 17, 29, ... 从而将 A 类 B 类都统一为素数呢？因为他过于推崇欧几里得了，全然不顾欧勒和哥德巴赫的正确意见。

高斯的抉择——素数数域的大分裂，其恶果是：既然认为 2, 5, 13, 17, 29, ... 都已不再是素数，1 便理所当然的更不是素数，这便巩固了 1 非素数的合法地位，在高斯的《数学天才》和《数学王子》的光环笼罩下，1 非素数死灰复燃，卷土重来，一跃而登上了教科书和科学文献的宝座。从此，素数领域乌尘蔽日，不见五指，希尔伯特第八题组的各个问题一律倒悬，长期无法解决。

呜呼！高斯。一念之差，错失良机，与 1 是素数擦肩而过，失之交臂，我为数学天才高斯的失足感到惋惜！

本来，素数数域的大统一就在高斯手边，是唾手可得的，高斯却轻易放弃了。他只扔下一句话：1, 2, 5, 13, 17, 29... 不再是素数。就什么也不管了。这是高斯对人类的数学事业极端不负责任的铁证！

如高斯所说，只有 3, 7, 11, 19, 23, 31, ... 才是素数，那么，8, 12, 16, 20, 24, 28, ... 即 $4n+8$ 型的偶数都不可能表为两素数之和。莫非继 2 和 4 之后，又增产出一大群例外偶数？哥德巴赫猜想——高斯称之为数学女皇皇冠上的那颗明珠，岂不立即土崩瓦解？数学作为基石的科学大厦，岂不顷刻垮塌无存。高斯造孽，昭然若揭。

数学天才高斯该不是同我们人类诚心搞恶作剧，开一个天才的大玩笑吧？

现在，1 乃素数已得到《哥德巴赫猜想证明》《黎曼猜想证明》《孪生素数猜想证明（1）》《孪生素数猜想证明（2）》四篇论文的支持（查阅<http://sxyouling.bokee.com>便知）。

1 乃素数正确，1 非素数谬误，已成定局！

高斯如果有知，当作何辩解？

* * * * *

高斯非常赞美哥德巴赫猜想。他说：自然科学的女皇是数学，数学女皇的皇冠是数论，哥德巴赫猜想则是女皇皇冠上的明珠。但是他并不赞同哥德巴赫对 1 是素数的肯定。

在赞美之余，高斯对哥德巴赫猜想作了篡改。把《任一偶数都可表为两素数之和》改成《大于或等于 6 的偶数可表为两素数之和》。

我们不禁要问：赞美了，即非常完善了，它属于自然规律，还需要篡改吗？

《任一偶数都可表为两素数之和》是没有例外的。但《大于或等于 6 的偶数可表为两素数之和》却有两个例外，即例外偶数：2 和 4。后又增添了 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...，自然规律是不可有例外的。有了例外，还算是自然规律吗？

我们不禁要问：篡改了，即出现例外了，不再属于自然规律，还需要赞美吗？

于是，高斯陷入了深深的自制矛盾漩涡之中，我再次为数学天才高斯的失足感到惋惜！

高斯的失足，在于拾人牙慧，热衷分裂，终陷自身于尴尬之中，此当永为后人戒。那么，他还算是数学天才和数学王子吗？他给人类数学事业造成的巨大损失该怎样交代呢？